

Esercizio II: Continuità

Correggo le prime tre soluzioni che arrivano nella mia email
niels.benedikter@unimi.it **dopo** lunedì 23 marzo, 12:00.

Soluzione generale alla lezione di martedì 24 marzo.

Problema 1: Teoria

Usa il teorema dell'esistenza degli zeri per dimostrare il teorema seguente:

Teorema: Una funzione continua in un intervallo $[a, b]$ assume tutti i valori compresi tra $f(a)$ e $f(b)$.

Problema 2: Esempi

- a. Costruisci una funzione con discontinuità di seconda specie.
b. Per ogni $x \in \mathbb{R}$ tale che $\sin(x - 1) \neq 0$ sia

$$f(x) := \frac{2x^2 - 6x + 4}{\sin(x - 1)}.$$

Quali sono i punti in cui f ha un prolungamento continuo, e quali i punti in cui f non ha un prolungamento continuo?

- c. Quali sono i valori di $a, b, c \in \mathbb{R}$ tali che la funzione f è continua?

$$f(x) := \begin{cases} e^x - 1 & \text{se } x < 0 \\ ax^2 + bx + c & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- d. Verifica se i limiti seguenti sono corretti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{x - 1} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 + 1} = 1.$$

