

Esercizio VIII

Correggo le prime cinque soluzioni che arrivano nella mia email
niels.benedikter@unimi.it **dopo** lunedì 25 maggio, 12:00.

Soluzione alla lezione di martedì 26 maggio.

Problema 1: Integrali impropri

Gli integrali impropri seguenti sono convergente o divergente?

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{x}}{2\sqrt{1-x}\sqrt{x}} dx \qquad \int_{1/2}^1 \frac{e^{-\cos(x)}}{\sqrt{1-x}} dx$$

Problema 2: Serie

1. Per quali valori di $p > 0$ è convergente/divergente la serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\ln(n))^p} ?$$

2. Spiega la dimostrazione del Criterio dell'integrale per le serie usando solo un disegno.

Problema 3: Formula di Taylor

1. Calcola la formula di Taylor di grado $n = 4$ con resto integrale per la funzione $\cos(x)$, sviluppando al punto $x_0 = 0$.

2. Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due volte derivabili, con derivate f'' e g'' continue. Siano $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$. Usa la formula di Taylor per dimostrare la formula di l'Hopital per $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$.

3. Calcola il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x^2} .$$

4. Calcola il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\cos(x)}{x^3} + \frac{\sin(3x)}{3x^4} \right) .$$

Buona preparazione per l'esame.