## Sviluppo per alta temperatura per calcolare l'energia libera per $d=1$, $h=0$, del modello di Ising (con condizioni al contorno "+1"):

Il risultato non dipende dalla scelta di $\Lambda$ quando $\Lambda \Uparrow \mathbb{Z}^d$.

Usiamo $\Lambda_n = B(n) = \{-n, -n+1, \ldots, -1, 0, +1, \ldots, n-1, n\}$.

Dalla lezione del 22/6, o dal libro di Velenik (3.45):

$$Z^+_{B(n),\beta,0} = 2^{|B(n)|} \cosh(\beta)^{|\mathcal{E}^b_{B(n)}|} \sum_{E \in \mathcal{E}^{pari}_{B(n)}} \tanh(\beta)^{|E|}.$$

$$\mathcal{E}^{pari}_B = \{ E \subset \mathcal{E}^b_{B(n)} : I(i,E) \text{ è pari per ogni } i \in B(n) \}.$$

1) $|B(n)| = 2n+1$ ("+1" perché c'è il punto zero).

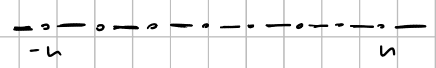
2) $\mathcal{E}^b_{B(n)} = \{ \{i,j\} \subset \mathbb{Z}^d : \{i,j\} \cap B(n) \neq \emptyset \text{ e } |i-j| = 1 \}$.

$\mathcal{E}^b_{B(n)} = \{ \{-n-1,-n\}, \{-n,-n+1\}, \{-n+1,-n+2\}, \ldots, \{n-1,n\}, \{n,n+1\} \}$

$|\mathcal{E}^b_{B(n)}| = | \{n-1, \quad -n, \quad -n+1 \quad , \quad n-1 \quad , n \} |$

$= 1 + |B(n)| = 2n+2.$

3) Rimane $\sum_{E \in \mathcal{E}^{pari}_{B(n)}} \tanh(\beta)^{|E|}$:




Esistono solo due grafi (collezioni di segmenti tra punti) in una dimensione tale che ogni punto ha un numero pari di primi vicini: $E = \emptyset$ $\quad |E| = 0$

$E = \mathcal{E}^b_\Lambda$ $\quad |E| = 2n+2$.

<u>Risultato:</u> $Z^+_{B(n),\beta,0} = 2^{2n+1} \cosh(\beta)^{2n+2} \left(1 + \tanh(\beta)^{2n+2}\right)$.

Col logaritmo e il limite $n \to \infty$, si ottiene l'energia libera (per volume, $1/|B(n)|$).

(Si vede anche le soluzioni nel libro di Velenik, pagina 544.)