

Fisica Matematica 3

Meccanica Statistica

Appello 26/1/2023

Esercizio 1: Particella quantistica

Consideriamo una particella quantistica su un intervallo di lunghezza L con condizioni a bordo di Dirichlet, allora l'operatore hamiltoniano è

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}$$

sulle funzioni $\psi : [0, L] \rightarrow \mathbb{C}$ (due volte derivabili) tale che $\psi(0) = 0 = \psi(L)$. Gli autovalori di H sono

$$\left\{ E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} : k_n = \frac{\pi}{L} n \text{ con } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}.$$

La particella viene messa in contatto con un serbatoio di temperatura inversa $\beta > 0$.

- Indicare la scelta giusta di insieme/ensemble statistico per questo tipo di problema (risposta in una parola!).
- Scrivere la definizione della funzione di partizione per il sistema.
- Calcolare l'energia media della particella.
- Calcolare la pressione del sistema.

Esercizio 2: Modello di Ising

Consideriamo il modello di Ising sull'insieme $\Lambda_n := \{-n, -n+1, \dots, n-2, n-1, n\}$ con condizioni al contorno negative, per temperatura inversa $\beta \geq 0$ e campo magnetico $h \in \mathbb{R}$.

- Scrivere l'Hamiltoniana e la funzione di partizione per il sistema e spiegare tutta la notazione usata.
- Ottenere una rappresentazione del tipo “matrice di trasferimento” di $\langle \sigma_0 \rangle_{\Lambda_n, \beta, h}^-$.
- Per $h = 0$: calcolare il limite termodinamico di $\langle \sigma_0 \rangle_{\Lambda_n, \beta, h}^-$ esplicitamente.