

Fisica Matematica 3

Meccanica Statistica

Appello 22/02/2023

Esercizio 1: Modello di Ising con condizioni al contorno

Consideriamo il modello di Ising sull'insieme $B_n := \{-n, -n + 1, \dots, n - 1, n\}$ con condizioni al contorno $\omega_i = +1$, temperatura inversa $\beta > 0$, e campo magnetico $h \in \mathbb{R}$.

- Scrivere la definizione dell'Hamiltoniana e della funzione di partizione $Z^+(B_n, \beta, h)$, spiegando tutta la notazione (con attenzione particolare alle condizioni al contorno).
- Ottenere una rappresentazione di $Z^+(B_n, \beta, h)$ usando la matrice di trasferimento.
- Calcolare $Z^+(B_n, \beta, 0)$ per $h = 0$.

Esercizio 2: Particella in una scatola in dimensione 1

Consideriamo l'operatore Hamiltoniano per una singola particella quantistica

$$H := -\Delta = -\partial_x^2,$$

dove le funzioni d'onda $\psi : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$ sono definiti su un intervallo di lunghezza 2π con condizioni al contorno *periodiche*, allora $\psi(0) = \psi(2\pi)$.

- Calcolare tutti gli autovalori di H ed indicare il grado di degenerazione (dimensione degli autospazi).
- Scrivere la definizione della funzione di partizione canonica $Z(\beta)$ per la particella messa in contatto con un serbatoio di temperatura inversa $\beta > 0$, spiegando la notazione.
- Calcolare $Z(\beta)$ esplicitamente.
- Calcolare l'energia media della particella.