Correzione [Proposizione sulla caratterizzazione di stabilità del δ maggio]

Era da dimostrare: $\neg(a) \Rightarrow \neg(c)$, dove:

(a) $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \phi(q_i - q_j) \geq 0 \quad \forall n \geq 0 \ \forall q \in \mathbb{R}^{3n}$

(c) $\Xi := 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \int_{\Lambda^n} dq \ e^{-\beta U(q)}$ converge per ogni $\Lambda \subset \mathbb{R}^3$ misurabile, e per ogni $z \in \mathbb{C}$.

Dimostrazione: $\neg(a) \Rightarrow \neg(c)$:

Ipotesi: $\exists n, \exists \hat{q}: \ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \phi(\hat{q}_i - \hat{q}_j) = -2\varepsilon < 0.$

Abbiamo che ϕ è semicontinua superiormente, allora

$\exists \delta > 0: \ |y_1 - \hat{q}_1| < \delta, \ \ldots, \ |y_n - \hat{q}_n| < \delta,$
$|z_1 - \hat{q}_1| < \delta, \ \ldots, \ |z_n - \hat{q}_n| < \delta: \ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \phi(z_i - y_j) < -\varepsilon.$

Per $s \in \mathbb{N}$, sia

$M_s := \{ (q_1, \ldots, q_{sn}) \in \mathbb{R}^{3sn} : |q_{pn+i} - \hat{q}_i| < \delta$ per $p = 0, 1, \ldots, s-1,$ e $i = 1, \ldots, n \}.$

Allora per $q \in M_s$:

$$U(q) = \frac{1}{2}\left(\sum_{m,l=1}^{sn} \phi(q_m - q_l) - sn\,\phi(0) \right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\sum_{p=0}^{s-1} \sum_{q=0}^{s-1} \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \phi(q_{qn+j} - q_{pn+i}) - sn\,\phi(0) \right)$$
$$\leq \frac{1}{2}\left(-s^2 \varepsilon - sn\,\phi(0) \right).$$

$\Rightarrow \Xi_\Lambda \geq +\infty.$ $\blacksquare$